

Semaine du 9 Novembre au 15 Novembre

Exercice 113 (Fonctions usuelles) Simplifier au maximum les expressions suivantes.

$$1. A = \sqrt{4x^2 - 4x + 1}. \quad 2. B = \exp\left(-\frac{1}{3}\ln(e^{-3})\right).$$

Exercice 114 (Équations) Résoudre les équations suivantes :

$$1. x^2 - 5x - 6 = 0 \quad 2. -2x^2 + 2x + 1 = 0 \quad 3. x^3 - 2x^2 + 2x = 0$$

Exercice 115 (Limites) Calculer les limites suivantes

$$1. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left(1 - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}\right)}{\left(1 - \frac{1}{x}\right)}. \quad 2. \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ >}} \frac{x-2}{\ln(x)}.$$

Exercice 116 (Dérivées) Calculer les dérivées des fonctions suivantes.

$$1. f(x) = xe^x. \quad 2. g(x) = 2^x. \quad 3. h(x) = \frac{1 - e^x}{1 + e^x}.$$

Exercice 117 (Inéquations) Résoudre les inéquations suivantes.

$$1. e^{2x} - 9 \geq 0. \quad 2. \frac{(2x+1)^2 - 4}{x^2 - 4x} < 0.$$

Exercice 118 (Récurrence) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Montrer $A^n = \begin{pmatrix} 1 & n & \frac{n(n+3)}{2} \\ 0 & 1 & n \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Exercice 119 (Sommes) Donner le résultat de la somme ou du produit suivant :

$$1. \sum_{k=2}^n k^2. \quad 2. \sum_{k=6}^{12} k. \quad 3. \sum_{k=1}^{n-1} \frac{2^k}{3^{k+1}}.$$

Semaine du 16 Novembre au 22 Novembre

Exercice 120 (Équations) Résoudre les équations suivantes :

$$1. x^2 + x - 2 = 0 \quad 2. (\ln x)^2 + \ln(x) - 2 = 0.$$

Exercice 121 (Limites) Calculer les limites suivantes

$$1. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\left(1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{2x^2}\right)}{2x \left(1 + \frac{1}{x^3}\right)}. \quad 2. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x + e^{-x}}{2}. \quad 3. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + e^{-2x}}{3 - e^{-2x}}$$

Exercice 122 (Dérivées) Calculer les dérivées des fonctions suivantes.

$$1. f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}. \quad 2. g(x) = \ln(\sqrt{1+x^2}).$$

Exercice 123 (Inéquations) Résoudre les inéquations suivantes.

$$1. e^{2x} - e^x \geq 0. \quad 2. \frac{x}{1-x^2} < 0.$$

Exercice 124 Montrer par récurrence que pour tout $n \geq 3$

$$\sum_{k=3}^n \ln\left(\frac{k+2}{k+1}\right) = \ln\left(\frac{n+2}{4}\right)$$

Exercice 125 (Sommes) Donner le résultat de la somme ou du produit suivant :

$$1. \sum_{k=1}^{2n} k^2. \quad 2. \sum_{k=2}^{n+2} (k-2)^2. \quad 3. \sum_{k=1}^{n-1} \binom{n}{k} 2^k 3^{n-k}.$$

Exercice 126 (Probabilité) On tire trois cartes successivement et avec remise dans un paquet de 32 cartes. On note A l'évènement "n'obtenir que des coeurs", B l'évènement "n'obtenir que des as" et C l'évènement "Obtenir deux coeurs et un pique". Donnez $P(A)$, $P(B)$ et $P(C)$ sous forme de fraction irréductible.

Semaine du 23 Novembre au 29 Novembre : Calcul de limites

(FI)

Exercice 127 (Composée de limite) Calculez les limites suivantes

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{2 - \frac{1}{x^2}}$ 2. $\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ >}} -2 \ln(x - 2)$ 3. $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{\frac{1}{x^2}}$

Exercice 128 (Croissance comparée) Calculez les limites suivantes

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{3x}}{x^3}$ 2. $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ >}} x^6 \ln(x)$ 3. $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 e^x$

Exercice 129 (Croissance comparée) Calculez les limites suivantes

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{x^3}}{3x^6}$ 2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + x^2}{e^x}$ 3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{2x}}{\ln(x)}$

Exercice 130 (Indétermination(1)) Donner les limites suivantes

1. $\lim_{x \rightarrow -\infty} -x^4 + x^2 - 2x$ 2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x - x + \ln(x)$ 3. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^4 - 2} - x^2$

Exercice 131 (Indétermination(2)) Donner les limites suivantes

1. $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 e^x$ 2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^4 + 1)e^{-\sqrt{x}}$ 3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)$

Exercice 132 (Indétermination(3)) Donner les limites suivantes

1. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 4x}{3x^3 + 2}$ 2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 1}{\ln(x) - 1}$ 3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x + e^{-x}}{x^2 - \ln(x)}$

Exercice 133 (Indétermination(4)) Donner les limites suivantes

1. $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ >}} \frac{x^2 - 2x + 1}{(x - 1)^3}$ 2. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x - 1}$ 3. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - 4\sqrt{x} + 4}{2 - \sqrt{x}}$

Semaine du 30 Novembre au 6 Décembre

Exercice 134 (Équations du second et du troisième degré) Résoudre les équations suivantes :

1. $e^{2x^2} - 3 = 0$ 2. $x^4 - 1 = 0$.

Exercice 135 (Dérivées) Calculer les dérivées des fonctions suivantes.

1. $f(x) = \sqrt{\frac{3x + 2}{-2x + 5}}$ 2. $g(x) = \frac{1}{\ln(x - 2)}$.

Exercice 136 (Inéquations) Résoudre les inéquations suivantes.

1. $2x^2 - 3x + 2 < 0$. 2. $2x^2 < 5x - 2$.

Exercice 137 (Récurrence) Soit $x \in \mathbb{R}$. On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = u_n + x^{n+1}$. Montrer par récurrence que

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = \frac{1 - x^{n+1}}{1 - x}$$

Exercice 138 (Sommes) Donner le résultat de la somme ou du produit suivant :

1. $\sum_{k=0}^n e^{k+1}$. 2. $\sum_{k=0}^n (n - k)$. 3. $\sum_{k=1}^n (-1)^k 2^{n-k}$.

Exercice 139 (Probabilité) On note A l'évènement "n'obtenir que des coeurs", B l'évènement "n'obtenir que des as" et C l'évènement "Obtenir deux coeurs et un pique". Donnez $P(A)$, $P(B)$ et $P(C)$ sous forme de fraction irréductible.

Exercice 140 (Limites) Calculer les limites suivantes

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 3x - 1}{x - 1}$. 2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \ln(x)}{e^x}$.

